

## Expériences en didactique.

*Compte rendu des activités qui ne figurent pas dans le dossier professionnel.*

1. À mes débuts, aux États-Unis et en Allemagne, je n'avais à faire qu'avec des étudiants motivés et assez bien préparés. Il me suffisait donc d'élaborer des cours aussi clairs que possible — un travail de rumination mentale auquel j'allais tout au long de ma carrière prendre beaucoup de plaisir.

C'est à mon retour au Canada en 1967, que pour la première fois j'ai rencontré la réalité de l'éducation des masses: le cercle vicieux d'incompréhension, de mécontentement, et de passivité, des étudiants réticents et confus, incapables de suivre un argument ou de résoudre un problème. En effet, la "scolarisation" des deux premières années d'université, où se trouvaient plus de 80% de nos étudiants, avait déjà bien progressé.

À l'époque, on insistait beaucoup sur l'aspect déductif des mathématiques, mais la majorité des étudiants n'y voyait qu'un rituel bizarre et superflu. Ma première expérience en didactique fut donc d'organiser la fusion de deux "sections" d'un même cours de géométrie, afin d'avoir toujours deux enseignants devant la classe, pour développer la théorie sous forme de dialogue et de débat. De septembre à mai, les étudiants ont participé avec enthousiasme à nos<sup>1</sup> rencontres. L'année suivante, nous avons pu répéter cette agréable expérience avec un cours différent — mais ce modèle posait trop de problèmes administratifs et a dû être malheureusement abandonné.

De la même période provient un fascicule intitulé "Basic Linear Algebra" d'un certain B. C. Tetra — nom de plume de quatre collègues<sup>2</sup> de l'université de la Colombie Britannique. L'idée était plus ou moins de concrétiser le concept de linéarité que la mode du moment nous obligeait à transmettre à nos ouailles. Vu de nos jours, cet humble traité semble encore bien trop abstrait. Nous vivions, à notre insu, la fin de la "New Math" qui pendant dix ans avait remplacé le calcul bête et machinal par un verbiage du même genre. Nous étions en train d'aborder l'ère des "Skills". Au singulier, ce mot anglais aurait signifié une espèce de maîtrise ou compétence; au pluriel, il laissait prévoir un retour au dressage.

2. Sans abandonner mon modeste rôle de chercheur en mathématiques, je me trouvais de plus en plus troublé par les contradictions entre les promesses de l'enseignement et sa réalisation. Pour clarifier mes pensées, je suis allé passer la moitié d'une année sabbatique au Mexique dans l'entourage d'Ivan Illich, dont le livre "Deschooling Society" était alors vivement contesté. En cet automne 1972, on s'y demandait comment la structure même de nos "outils" — matériels ou abstraits — pouvait nuire à l'évolution d'un monde plus vivable. Un élément fondamental de la pensée illichienne est la *démocratisation*, non seulement en politique mais dans tous les domaines, y compris la technologie. Évidemment il y aura toujours des problèmes réservés aux spécialistes (même en politique) mais, pour le reste, on devrait s'efforcer de donner au public des outils qu'il pourrait gérer, réparer, et raffiner lui-même. Ma principale contribution<sup>3</sup> à ces

---

<sup>1</sup> nous = Jens Gamst, un ami allemand, et moi-même

<sup>2</sup> Roy Douglas, Jens Gamst., K. H., et Maurice Sion

<sup>3</sup> K. H., *Matemática y convivialidad*, Cuadernos CIDOC, # 1024, (1973)

discussions fut de signaler combien de fois un tel programme risquait d'être entravé par un aspect mathématique de l'outil en question.

Ce genre de réflexions peut sembler simpliste et utopien, pourtant j'y ai trouvé un grain de vérité. Paradoxalement, la mathématique — qui depuis l'antiquité vit du débat ouvert et sans contraintes — est perçue par le public moderne comme une machine hermétique et immuable, qui a produit un vaste réservoir de formules préfabriquées. Elle inspire une angoisse bien particulière<sup>4</sup>, et peut même être vue comme l'obstacle principal à l'exercice de certains métiers<sup>5</sup>. Pas étonnant qu'une telle matière rebute les jeunes<sup>6</sup>! Il faudrait donc essayer de lui redonner son visage humain.

**3.** Entre 1973 et 1975, j'ai été autorisé de mettre en place un test destiné à quelque deux mille débutants qui se présentaient chaque année pour suivre un premier cours au Département de mathématiques de notre université. L'objet du "UBC Basic Mathematics Test" n'était pas de trier ces étudiants, mais uniquement de savoir à quel point nos hypothèses concernant leur préparation étaient justifiées. Il ne s'agissait ni de leur habileté en manipulations algébriques ni de leur connaissance des formules trigonométriques, mais tout simplement de leur bon sens en maths élémentaires. Par exemple: "Si le dollar canadien vaut 74 centimes américains, combien d'argent canadien faut-il donner contre un dollar américain?" L'éventail de ce type de question directe et pratique est assez large pour écarter la possibilité d'un dressage systématique qui fausserait les résultats. Mais ces derniers furent si décevants que le département n'en voulut pas un quatrième échantillon.

En 1976, je me suis volontairement impliqué dans "Arts One", un programme d'études intégrées de première année à la Faculté des Lettres. On avait besoin d'un mathématicien pour donner quelques détails sur la révolution copernicienne, qui figurait au premier plan d'un livre très à la mode de Thomas Kuhn; mais on voulait quelqu'un prêt à enseigner comme prof pendant toute l'année. Mes connaissances de dilettante furent jugées adéquates, et je sautai sur l'occasion de voir quelles formes l'enseignement pouvait prendre hors des maths. Il s'est avéré aussi problématique — mais pour des raisons tout à fait différentes. Pourtant, dans ce contexte il était bien plus facile de mobiliser les ressources mentales des étudiants. Je me suis promis de transférer aux maths (si possible) deux techniques utilisées dans ce programme: la remue-méninges en petits groupes, et la tenue régulière par chacun d'un journal personnel.

Avec ces expériences (et d'autres, moins saillantes) en didactique, j'avais négligé mes projets de recherche, et pendant toute la décennie suivante j'ai dû faire un effort pour m'y remettre. Naturellement je continuais à m'intéresser à l'enseignement puisqu'il faisait partie de mon travail quotidien. J'ai alors commencé à me rendre compte de l'énorme influence qu'avaient nos examens sur la façon de travailler des étudiants. En réduisant l'écart entre le contenu officiel d'un cours et celui de son examen typique, on pouvait donner plus de sérieux à l'examen et débarrasser le cours de considérations théoriques hors de propos. Ces dernières ne servent souvent qu'à donner une apparence progressive et logique aux grandes lignes du cours — à l'intention des experts. Leur élimination peut déclencher une réorganisation radicale et salubre du matériel, même dans la tête du professeur.

**4.** En 1988, l'université décida de mettre sur pied une introduction aux maths pour ceux qui se préparaient à la profession d'enseignant dans les écoles élémentaires. Elle n'était pas la seule:

---

<sup>4</sup> Voir (par exemple) Sheila Tobias, *Overcoming Math Anxiety*, un livre à fort tirage.

<sup>5</sup> Sally L. Hacker, *Mathematization of Engineering: Limits on Women and the Field*.

<sup>6</sup> Aux États-Unis, le nombre d'élèves inscrits en maths se réduit de moitié chaque année à partir de la neuvième (qui correspond à la troisième en France).

dans toute l'Amérique du Nord de tels cours poussaient comme des champignons, accompagnés d'une avalanche de livres que l'on reconnaissait normalement par le mot "contemporary" dans le titre. Aux États-Unis on avait découvert que les écoles étaient devenues des foyers de contagion pour la mathémaphobie, et le NCTM (conseil national des enseignants de maths) couvrait ses nouvelles normes ("curriculum standards") qu'il allait publier en 1989.

Chez nous, la tâche de créer de toutes pièces un tel cours fut confiée non pas aux didacticiens — qui sont déjà chargés de la formation en pédagogie mathématique à l'intérieur de la fac d'éducation — mais aux simples matheux de la fac des sciences. En passant par plusieurs comités, elle est enfin tombée sur moi. Le Département m'indiqua que "Math 335" serait un cours *en* maths et non *sur* les maths, avec trois parties: géométrie, arithmétique, et combinatoire<sup>7</sup>. Il ne s'agissait pas d'empiéter sur les cours en didactique et méthodologie de la fac d'éducation mais de leur préparer le terrain. En dehors de ces conditions j'avais à peu près carte blanche.

Avant d'entrer dans les détails, je dois expliquer quelques circonstances locales. Pour enseigner dans les écoles publiques de la Colombie Britannique il faut un certificat décerné par un organisme du gouvernement provincial, en général à la suite d'un programme d'études dans une fac d'éducation — qui à son tour exige une licence préalable, obtenue en quatre ans d'université. Dans le cas des futurs professeurs d'école élémentaire (jusqu'à la huitième année de scolarité), la licence n'est pas tenue d'être d'enseignement, mais elle doit toutefois en contenir certains éléments — par exemple, un cours de mathématiques. Les étudiants avec un brin d'intérêt pour cette matière s'aquittent facilement de cette exigence dans leur première ou deuxième année en suivant un de nos cours pour débutants.

Le public visé par le nouveau Math 335 consiste surtout d'étudiants de troisième et quatrième année, donc déjà plus expérimentés et assez vifs, mais avec une bonne dose de "math anxiety". Chaque année il y en a entre cent et cent cinquante. Il est évident que le département de maths ne peut pas simplement barrer le cheminement professionnel de toutes ces personnes. La plupart d'entre eux va inévitablement atterrir dans les écoles. Si nous ne voulons pas qu'ils y répandent leur attitude négative, nous n'avons pas beaucoup de choix: il nous faut les accepter tels qu'il sont et les instruire.

Aujourd'hui Math 335 est dans sa septième année. Il m'est impossible de donner ici un compte rendu adéquat de tout ce que j'ai appris de ses participants, surtout en ce qui concerne leur façon de raisonner. Il me semble que leur pensée trop concrète et parfois trop détaillée est souvent déroutée par notre habitude de relier (voire identifier) sans commentaire des idées très différentes. Par exemple, l'un d'eux m'a demandé un jour pourquoi nos deux façons de comprendre l'aire du triangle —  $\frac{1}{2}$  (base  $\times$  hauteur), et base  $\times$  ( $\frac{1}{2}$  hauteur) — étaient considérées comme équivalentes. En effet, elles découlent de deux images bien distinctes: un parallélogramme coupé par une diagonale, et le triangle coupé par une parallèle à sa base. L'étudiant avait essayé de transformer l'une des images dans l'autre, à la grèque, sans passer par les nombres. D'ailleurs, il n'avait pas oublié l'explication *par volumes* de l'associativité multiplicative et avait du mal à la retrouver dans les deux dimensions du plan. On comprend aisément, pourquoi les maths à l'école l'ont dépassé.

En travaillant avec eux, on commence à comprendre que les jeunes d'aujourd'hui ne sont pas supérieurs à leurs homologues de l'Alexandrie d'Euclide, et que les acquis des maths modernes (disons, depuis Descartes) ont mis beaucoup de temps à s'installer dans les têtes ... d'une petite minorité. En fait, notre langage symbolique cache des subtilités dans sa syntaxe qui, au premier

---

<sup>7</sup> On aurait bien voulu une partie algébrique, mais nos semestres n'ont que trois mois.

abord, font trébucher le bon sens. Dans ses *Pensées* Pascal lui-même<sup>8</sup> se moque encore des nombres négatifs. Comment peut-on exiger de nos élèves qu'ils soient plus intelligents? Un des livres fondateurs de l'ère moderne, les *Principia* de Newton, est visiblement rédigé à la mode ancienne, lente mais imagée. Pourquoi veut-on que nos jeunes aient dépassé cette manière de penser? Jusqu'à nos jours, maints esprits que nul n'accuserait de stupidité ou de mauvaise foi se déclarent perplexes devant un système que nous voulons mettre dans le bagage de tout lycéen.

Dans un cours comme Math 335, on peut recréer une sorte de mathématique précartésienne, sans pourtant imiter toutes les maladresses du modèle historique, sans se passer complètement du symbolisme moderne, et surtout, sans sacrifier l'honnêteté intellectuelle. Le contenu du cours doit équilibrer les deux aspects — ludique (problèmes) et systématique (théories) — de cette science<sup>9</sup>. Chacune des trois parties du cours est ancrée par un thème central ou deux, autour duquel on trouve bien des problèmes, et procède vers l'exploration d'une partie substantielle du programme des écoles secondaires. En géométrie, par exemple, les ancrés sont le théorème pythagoréen (vu d'abord sans mesures ou formules) et le principe de la similitude; le but est la trigonométrie — elle aussi presque sans formules. Au lieu d'être accablé par des "lois" du sinus, du cosinus, ou autres, l'étudiant fait face à la même gamme de problèmes armé seulement de quelques principes qu'il comprend à fond. Ainsi, il est plus à l'aise, plus sûr de lui, et plus libre d'inventer son chemin.

Chaque classe d'environ quarante étudiants — en groupes de quatre ou cinq — se réunit cinq fois par semaine. On essaye de garder le juste équilibre entre les monologues du prof, ses dialogues avec des étudiants (normalement à la suite d'une question), les discussions dans les petits groupes (normalement autour d'un problème), et la réflexion individuelle. Une heure par semaine est consacrée à une activité collective qui aide à rendre la matière plus vivante mais qui serait un peu trop longue pour une seule personne. Par exemple, on calcule l'aire d'un 6144-gone régulier à la façon circulaire d'un ordinateur, chaque membre du petit groupe agissant comme une ligne de logiciel. L'ambiance dans ces heures de "laboratoire" est plus détendue que dans les autres, et je trouve qu'elle contribue beaucoup à l'élan du programme.

Le projet le plus important pour les étudiants est la tenue du journal personnel. Dès le début, ils savent que la moitié de leur note dépend de la qualité de celui-ci et qu'il peut inclure aussi bien des éléments psychologiques ou philosophiques que purement mathématiques. Cela les rassure, car presque tous sont convaincus, qu'ils rateraient un éventuel examen. Je leur demande de ne pas considérer cette tâche comme une corvée, mais d'y mettre du sérieux — comme si le journal devait servir de référence pour toute leur carrière. C'est par cet effort soutenu et quotidien qu'ils commencent vraiment à s'approprier leur bout de terrain en maths.

Malheureusement, ce traitement n'arrive pas à libérer les plus résistants de leur mathémaphobie. Mais pour la grande majorité — je dirait, plus de 80% — les résultats sont remarquablement positifs. D'une année à l'autre, la méthode s'améliore au fur et à mesure où j'apprends un peu plus.

---

<sup>8</sup> "J'en sais qui ne peuvent comprendre que qui de zéro ôte 4 reste zéro" *Œuvres complètes*, Éditions du Seuil (1963), p.527

<sup>9</sup> Pour une idée du contenu, voir la feuille "Math 335: A Twelve Week Introduction . . ." ci-jointe.